



## Osaka Gakuin University Repository

Title	GDP の四半期分割手法についての比較と検討 Quarterly Disaggregation of Annual GDP: A Comparative Study
Author(s)	岡野 光洋 (Mitsuhiro Okano)
Citation	大阪学院大学 経済論集 (THE OSAKA GAKUIN REVIEW OF ECONOMICS), 第 31 巻第 1-2 号 : 1-27
Issue Date	2017.12.31
Resource Type	Article/ 論説
Resource Version	
URL	
Right	
Additional Information	

## GDPの四半期分割手法についての比較と検討\*

岡野 光洋<sup>†</sup>

### 論文要旨

本稿では、国民経済計算の支出側、四半期系列の年度合計値に対して、デントン法やチャウ・リン法、プロラタ法を用いた四半期分割を試みた。また、比較のために、時系列分析の手法を用いて補間した四半期系列も作成した。いくつかの予測誤差指標を用いてこれらの系列を比較した結果、デントン法などの補助系列を用いる手法は、補助系列を用いない手法より良好な結果となったが、民間最終消費支出などの一部では逆転が見られた。また、デントン法では良好かつ頑健な結果が得られたが、プロラタ法では不安定な結果となった。

キーワード：国民経済計算、地域別支出総合指数、四半期分割

JEL分類番号：C53, E27.

---

\* 本稿の作成にあたっては、一般財団法人アジア太平洋研究所「経済フォーキャスト」プロジェクトにおいて、稲田義久氏（甲南大学）、松林洋一氏（神戸大学）、井田大輔氏（桃山学院大学）から貴重な助言を頂きました。ここに記して感謝申し上げます。なお、本稿における誤謬はすべて筆者の責任です。

† 大阪学院大学経済学部。大阪府吹田市岸辺南2-36-1。Tel.:06-6381-8434  
E-mail:okano@ogu.ac.jp

## 1 はじめに

近年、地方創生や地域分権といった観点から、地域の強み・弱みを把握する手段として、地域データの積極的活用に関心が集まっている<sup>\*1</sup>。地域経済の実態を把握するための重要な統計の一つに、内閣府「国民経済計算」の都道府県版である「県民経済計算」がある。しかし、これにはいくつかの課題がある。1つは、県民経済計算はデータの更新頻度が低く、年次系列しか得られないことである<sup>\*2</sup>。また、確報値の公表まで2年後程度のラグがあることも課題である<sup>\*3</sup>。このため、「県民経済計算は、地域経済の動向を示す総合的な経済統計として位置づけられているが、その活用は限られたものにとどまっている（芦谷，2009）」。「地域の景気動向を捉える統計としては、日銀支店、地方経産局、地銀が月毎・四半期毎に公表している統計資料があり、こちらが一般的（佐藤，2010）」である。

時間的ラグの問題や更新頻度の問題を改善することを目的の一つとして、いくつかの自治体では独自に四半期GDP速報（QE）を推計している。しかしながら、2009年8月31日時点でQEを推計・公表している県は秋田県、茨城県、群馬県、新潟県、静岡県、兵庫県、鳥取県、広島県の8県にとどまる（佐藤，2010）。自治体によるQEの推計・公表が全県で行われることが望ましいが、推定の煩雑さや作業に伴う人件費等の問題から、短期間での実現は難しいと思われる。

- 
- \*1 地域データをまとめて取得する方法としては、総務省統計局が提供するデータベース「都道府県・市区町村のすがた（<http://www.e-stat.go.jp/SG1/estat/eStatTopPortal.do>）」などがある。また、地域経済ビッグデータ活用事例として内閣官房（まち・ひと・しごと創生本部事務局）及び経済産業省が「地域経済分析システム（RESAS）を提供している（<https://www.kantei.go.jp/jp/singi/sousei/resas/>）。
  - \*2 国民経済計算では確報値としての年次系列とともに、速報値としての四半期推計値（QE）が利用可能である。
  - \*3 稲田・小川（2013）はこうした問題を解決するために地域GDPの早期推計を試みている。

自治体で独自にQEを推計するアプローチとは別に、都道府県別・地域別の年次系列を四半期ないし目次に分割して新たな高頻度系列を得るというアプローチも考えられる。この場合、地域別GDPの分割には、内閣府「地域別支出総合指数（RDEI）」を補助系列に用いることが有益と考えられる（田邊他，2012）<sup>\*4</sup>。例えば山澤（2014）は、RDEIをベースとして、さらに、RDEIにない政府最終消費支出や純輸出・純移出などの需要項目を独自に推計・補完したうえで、「都道府県別月次GDP」を推計・公表している。また岡野・稲田（2017）は、関西地域を対象に、RDEIがカバーしていない過去の期間（～2002年3月）について、独自に推定・外挿したうえで、民間最終消費支出（以下、消費）、民間住宅（以下、住宅）、民間企業設備（以下、設備投資）、公的固定資本形成（以下、公共投資）の4つを四半期に分割している<sup>\*5</sup>。

山澤（2014）や岡野・稲田（2017）による高頻度系列には、未知の系列を推計するという性質上、作成された系列の妥当性・地域性・頑健性などを体系的にチェックすることが難しいという問題がある。本稿の目的は、この問題について別の視点から検討することである。すなわち、1）RDEIが都道府県別・地域別だけでなく全国値も利用可能である点に着目し、2）消費、住宅、設備投資、公共投資の4つの費目について、県民経済計算のかわりに国民経済計算のQEの年合計値を用いて、岡野・稲田（2017）をベースとした四半期分割を行う。3）作成された四半期系列を、元のQEと比較することで、予測誤差な

---

\*4 RDEIは「域内支出の動向を迅速かつ総合的に判断するための指標」として開発・公表されている。全国11の地域ブロック別に、地域別消費総合指数、地域別民間住宅総合指数、地域別民間企業設備投資総合指数、地域別公共投資総合指数からなる指数であり、それぞれ県民経済計算における民間最終消費支出、民間住宅、民間企業設備、公的固定資本形成に対応している。RDEIは地域別かつ月次で公表されていることに特徴がある（ただし公表時期は3カ月おきである）。

\*5 Okano et al. (2015)、井田・松林（2016）では、関西経済版のDSGEモデルの構築及びシミュレーション分析に、岡野・稲田（2017）や本稿の手法の一部を用いた関西四半期GDP推計データが利用されている。

どをチェックする。以上の分析は、県民経済計算の四半期分割のパフォーマンスを正確に検証できるとは言えないまでも、一次接近としては有益であろう\*6。

本稿の分析は岡野・稲田（2017）とは次の3点で異なる。1点目は、県民経済計算の代わりに国民経済計算を用いることにより、関西など特定の地域を直接の対象とすることはできない点である。2点目は、岡野・稲田（2017）ではプロラタ法による分割のみを行っていたが、本稿では、比較のために他の分割手法、すなわちデントン法やチャウ・リン法による分割も行う点である。また、補助系列を必要としない時系列分析の手法を用いた補間についても検討している。3点目は、複数の予測誤差指標を用いて、それぞれの手法を比較検証する点である。

先行研究では、四半期分割の手法を検証する方法として、モンテカルロシミュレーションを使った大守（2002）などがある。また、田邊他（2012）では、作成された系列を被説明変数として、新たな回帰モデルに当てはめてその妥当性を検証している。その他の関連する研究として、国友・川崎（2011）は本稿と同様にデントン法やチャウ・リン法による四半期分割を比較している。また坂口（2013）は日本の地域統計を対象として、時間・空間の双方にずれを伴うデータの補間・補正方法を検討している。

本稿の分析によって、以下の点が明らかになった。まず、住宅、設備投資、公共投資については、補助系列の有無で予測誤差にはっきりとした傾向が認められた。すなわち、これらはいずれの予測誤差指標でも、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法のパフォーマンスが上位3位以内に収まった。一方で、消費については、一部に逆転が見られた。すなわち、補助系列を用いな

---

\*6 厳密に言えば、県民経済計算と国民経済計算との関係や、国民経済計算の四半期推計値（QE）と、確報としての年値の関係を精査する必要がある。理論上はこれらは全て同一であるが、統計上ではこれらの間にはそれぞれに断層が生じている。

い分割手法が補助系列を用いる分割手法より予測誤差で劣る結果となった。次に、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法を比較すると、デントン法はいずれの費目においても、またいずれの予測指標でも、高いパフォーマンスを示した。チャウ・リン法とプロラタ法は、住宅、設備投資、公共投資では比較的良いパフォーマンスを示したが、消費においては、補助系列を用いない分割手法に部分的に劣る結果となった。以上の分析から、デントン法については比較的頑健であるが、プロラタ法による分割には注意を要するということが示唆された。

本稿の構成は以下の通りである。2節では、RDEIの性質について概観し、国民経済計算との比較を行う。3節では、いくつかの分割手法を用いて国民経済計算の四半期系列の年度合計値を四半期分割する。4節では、いくつかの予測誤差指標を用いて、分割手法のパフォーマンスを比較する。5節で結論と今後の課題を述べる。付録Aでチャウ・リン法、デントン法、プロラタ法について解説する。

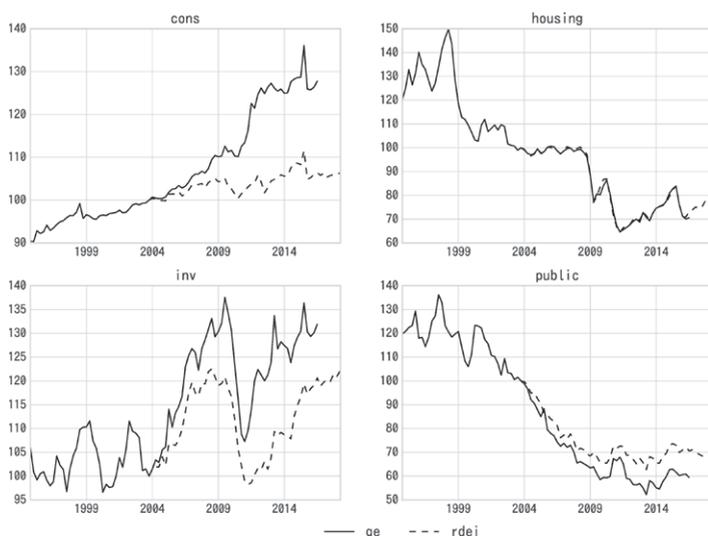
## 2 補助系列としての地域別支出総合指数（RDEI）

四半期分割の精度を決める際に重要な要素は、補助系列（ここではRDEI）の妥当性である。RDEIは、GDPの説明変数として一定のパフォーマンスが認められている（田邊他，2012）。補助系列が参照系列をよく説明できなければ、もちろん、四半期分割のパフォーマンスは悪化する。そこで本節では、事前のチェックとして、国民経済計算の四半期系列（QE、参照系列）とRDEI（補助系列、月次系列の四半期平均値）を比較しておこう。

図1では、2002年4-6月期を100として、両者を比較している。図を見ると、住宅ではほとんど乖離が見られないが、消費、設備投資、公共投資ではそれぞれ最大15%-20%程度の乖離が見られる。これらの乖離の原因として、RDEIの変動が国民経済計算の変動より小さいことが考えられる。すなわち、

消費のように上昇トレンドを持つものはQEに比してRDEIの上昇幅が小さく抑えられ、反対に、近年の公共投資のように下降トレンドを持つものは、RDEIの下落幅が緩やかになっている。実際、表1から、消費、設備投資、公共投資はいずれも、国民経済計算の変動がRDEIの変動より大きくなっていることが確認できる。消費では、国民経済計算の0.09に対してRDEIは0.02と4.5倍の開きがある。設備投資、公共投資はそれぞれ0.01（14.2%）、0.05（38.4%）の変動差となっている。乖離の小さい住宅では、変動係数もほぼ同じとなっている。乖離は主に変動の大きさの違いから生じるものであることから、変化の方向性としてみれば、それほど大きな違いはないことに留意されたい。

図1 RDEIとQEの推移（2002:Q2=100）



注：cons、housing、inv、publicはそれぞれ、消費、住宅、設備投資、公共投資を表す。qeは国民経済計算の四半期推計値（支出側、実質、平成17年基準実質値）であり、センサスX13-ARIMAを用いて季節調整をかけている。rdeiは地域別支出総合指数の四半期平均値（実質値、季節調整済み）である。2002年4－6月期を100として指数化している。

出所：内閣府「国民経済計算」「地域別支出総合指数」より筆者作成。

表1 RDEIとQEの変動係数（2002:Q2 to 2015:Q1）

	cons		housing		inv		public	
	qe	rdei	qe	rdei	qe	rdei	qe	rdei
<i>CV</i>	0.09	0.02	0.15	0.15	0.08	0.07	0.18	0.13

注：*CV*は変動係数を表す。cons, housing, inv, publicはそれぞれ、消費、住宅、設備投資、公共投資を表す。qeは国民経済計算の四半期推計値（支出側、実質、平成17年基準実質値）であり、センサスX13-ARIMAを用いて季節調整をかけている。rdeiは地域別支出総合指数の四半期平均値（実質値、季節調整済み）である。

国民経済計算とRDEIとの間になぜ乖離が生じるのかという問題については、本稿の扱う範囲を超えるため、詳細には論じない。ここでは、補助系列の精度には限界があるということを指摘しておく。補助系列が参照系列からあまりに乖離しては、補助系列としての役目を果たすことができない。したがってその場合には、線形補間など別の方法に頼らざるを得ない。しかしながら、地域固有の変動を捉えるには、利用可能な補助系列は可能な限り利用すべきと考ええる。

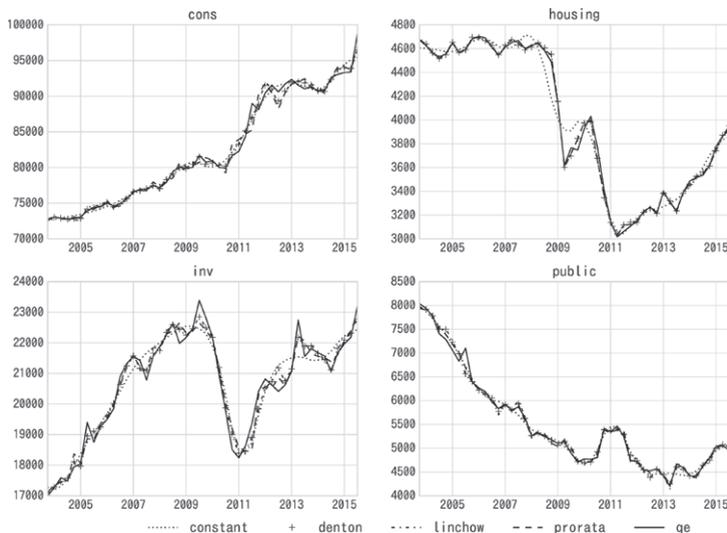
### 3 国民経済計算の四半期分割

本節では、四半期国民経済計算（QE）の年度合計値に対して、RDEIを補助系列として、いくつかの四半期分割を行う。分割手法には、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法を用いる。いずれも、参照系列と補助系列との関係性に注目して分割を行うが、参照系列と補助系列との差異を四半期にどう分配するかで異なるアプローチをとる。また、デントン法では、補助系列を定数項ベクトルとおくことで、補助系列を用いずに分割を行うことができる。これらの分割手法の詳細については付録Aを参照されたい。

図2に、1）補助系列を用いないデントン法（*constant*）、2）補助系列を

用いたデントン法 (*denton*)、3) チャウ・リン法 (*linchow*)、4) プロラタ法 (*prorata*)、5) 四半期国民経済計算 (*qe*) の比較を示す。ここでは、四半期国民経済計算 (実線) と近い変動をする系列ほど、より適切な四半期分割が行われていると判断できるが、プロットを見る限りではそれぞれの手法で結果に大きな違いはない。例外は、補助系列を用いないデントン法 (*constant*) である。これは、四半期の情報を利用することができないことから、四半期分割の結果も滑らかになっていることが確認できる。

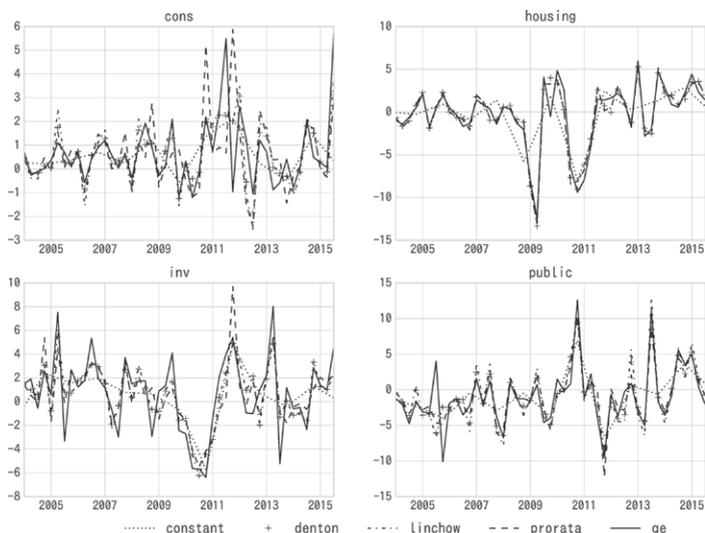
図2 四半期分割の比較



注：cons、housing、inv、publicはそれぞれ、消費、住宅、設備投資、公共投資を表す。*constant*、*denton*、*linchow*、*prorata*、*qe*はそれぞれ、補助系列を用いないデントン法、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法、国民経済計算の四半期推計値を表す。ただしここでのデントン法はDenton-Cholletteと呼ばれる、デントン法の派生手法を意味する。Denton-Chollette法についてはDagum and Cholette (2006)を参照のこと。

図3には、図2の結果を前期比（%）で示している。民間住宅（housing）についてみると、補助系列を用いないデントン法（*constant*）において、他と比較して変動が過小となっていることが確認できる。これは図2の結果と整合的である。またプロラタ法（点線）では消費や設備投資などで国民経済計算（qe、実線）との差が大きくなっている所が散見される。その他の図については、大きな違いは見あたらない。

図3 四半期分割の比較（前期比%）



注：cons、housing、inv、publicはそれぞれ、消費、住宅、設備投資、公共投資を表す。*constant*、*denton*、*linchow*、*prorata*、*qe*はそれぞれ、補助系列を用いない（補助系列を定数項とする）デントン法、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法、国民経済計算の四半期推計値を表す。ただしここでのデントン法はDenton-Cholleteと呼ばれる、デントン法の派生手法を意味する。Denton-Chollete法についてはDagum and Cholette (2006)を参照のこと。

## 4 分割手法の比較検証

以上の議論を踏まえて、本節では、いくつかの分割手法を比較検討する。前節と同じく、四半期国民経済計算（QE）の年度合計値に対して、RDEIを補助系列として四半期分割を行う。対象となる支出項目は消費、住宅、設備投資、公共投資である。比較する手法は、1）補助系列を用いないデントン法（*constant*）、2）補助系列を用いるデントン法（*denton*）、3）チャウ・リン法（*linchow*）、4）プロラタ法（*prorata*）である。また、比較のために、時系列分析の手法を用いた補間についても合わせて紹介する。時系列分析の手法としては、5）線形補間（*linear*）、6）近傍補間（*nearest*）、7）キュービックスプライン補間（*cubic*）、8）Akima補間（*akima*）を用いる<sup>\*7</sup>。線形補間は、年次系列の各点を結ぶ線分上に、四半期系列の各点を補間する方法である。近傍補間は、年次系列の任意の直近の値（例えば年度初めの値）が1年間、4四半期に渡って続くともみなす補完方法である。キュービックスプライン補間やAkima補間は、各点の間の線分を滑らかに結ぶ手法である。キュービックスプライン補間についてはDe Boor et al. (1978)を、Akima補間についてはAkima (1970)を参照のこと。これらの手法は、四半期の情報を用いないことから、補助系列が有用なものである限り、予測パフォーマンスでデントン法、チャウ・リン法、プロラタ法に劣るはずである。

本稿では、予測誤差の計測のためにMAE（Mean Absolute Error）、MAPE（Mean Absolute Percentage Error）、RMSE（Root Mean Square Error）、

---

\*7 これらは補間（interpolation）であり、これまでの議論において暗黙的に用いてきた分配（distribution）とは異なる概念である。これらの方法は、本来はフロー系列よりもストック系列の補間に適しているが、本稿では参考系列として用いる。時系列分析の手法を用いた分割には、ここで挙げた他にも、ラグランジュ補間やフラクタル補間などの様々なバリエーションがある。これらについては、北川（2003）、辰巳・松葉（2008）などを参照のこと。

RMSLE（Root Mean Squared Loarithmic Error）の4つの指標を並列的に用いる。各指標の計算式は以下の通りである。

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|$$

$$MAPE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

$$RMSLE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\log(y_i + 1) - \log(\hat{y}_i + 1))^2}$$

ただし  $y_i$  は実現値（ここでは、四半期国民経済計算）、 $\hat{y}_i$  はその予測値を表す。 $N$  はサンプルサイズである。いずれの指標も、値が小さい方が予測誤差が小さく、パフォーマンスに優れると判断される。MAEとRMSEの違いは、予測誤差を2乗するかどうかである。RMSEでは予測誤差を2乗してから平方根をとるため、予測誤差の絶対値で評価するMAEと比べて、個々の誤差が大きくなることに対するペナルティが大きくなる。なおその他の特徴などについてはWillmott and Matsuura（2005）等を参照のこと。

表2で手法別、費目別の予測誤差を比較した。まず、表を縦にみていくと、住宅（housing）、設備投資（inv）、公共投資（public）については、補助系列の有無で予測誤差にはっきりとした傾向が認められる。すなわち、MAE、MAPE、RMSE、RMSLEのいずれでみても、*denton*、*linchow*、*prorata*は予測パフォーマンスが1位から3位に収まっている。一方で、消費については、一部、補助系列を用いない分割手法（without indicator）が補助系列を用いる分割手法（with indicator）より予測誤差で劣っている。すなわち、地域別消費

表2 予測誤差の比較 (水準%)

measure	indicator	method	cons	housing	inv	public
mae	with indicator	<i>denton</i>	383.4(2)	26.4(3)	229.8(2)	60.7(2)
		<i>linchow</i>	538.7(6)	22.7(2)	221.2(1)	72.7(3)
		<i>prorata</i>	650.6(8)	20.9(1)	235.0(3)	56.8(1)
	without indicator	<i>akima</i>	389.5(4)	85.9(5)	315.0(6)	174.3(5)
		<i>constant</i>	381.1(1)	79.7(4)	273.8(4)	149.9(4)
		<i>cubic</i>	384.1(3)	89.1(6)	300.8(5)	166.4(5)
		<i>linear</i>	395.1(5)	94.6(7)	325.9(7)	175.2(7)
		<i>nearest</i>	632.4(7)	116.8(8)	434.8(8)	209.1(8)
mape	with indicator	<i>denton</i>	0.437(1)	0.712(3)	1.098(2)	1.063(2)
		<i>linchow</i>	0.618(6)	0.609(2)	1.059(1)	1.296(3)
		<i>prorata</i>	0.752(7)	0.548(1)	1.140(3)	0.985(1)
	without indicator	<i>akima</i>	0.549(3)	1.761(5)	1.731(6)	2.358(5)
		<i>constant</i>	0.522(2)	1.660(4)	1.480(4)	2.014(4)
		<i>cubic</i>	0.545(3)	1.845(6)	1.641(5)	2.276(5)
		<i>linear</i>	0.555(5)	1.937(7)	1.796(7)	2.373(7)
		<i>nearest</i>	0.919(8)	2.364(8)	2.437(8)	2.874(8)
rmse	with indicator	<i>denton</i>	576.0(3)	39.0(3)	302.6(2)	101.4(2)
		<i>linchow</i>	756.5(6)	34.3(2)	289.9(1)	114.8(3)
		<i>prorata</i>	997.3(8)	30.9(1)	312.5(3)	86.3(1)
	without indicator	<i>akima</i>	571.5(2)	115.7(5)	424.7(6)	243.8(5)
		<i>constant</i>	579.2(4)	102.7(4)	369.1(4)	221.1(4)
		<i>cubic</i>	561.0(1)	118.7(6)	418.6(5)	233.5(5)
		<i>linear</i>	592.5(5)	126.5(7)	446.7(7)	244.6(7)
		<i>nearest</i>	923.0(7)	175.8(8)	631.6(8)	295.4(8)
rmsle	with indicator	<i>denton</i>	0.640(1)	1.083(3)	1.433(2)	1.625(2)
		<i>linchow</i>	0.846(6)	0.941(2)	1.377(1)	1.898(3)
		<i>prorata</i>	1.133(7)	0.824(1)	1.524(3)	1.380(1)
	without indicator	<i>akima</i>	0.764(4)	2.342(5)	2.265(6)	3.101(5)
		<i>constant</i>	0.728(2)	2.167(4)	1.916(4)	2.770(4)
		<i>cubic</i>	0.755(3)	2.440(6)	2.216(5)	3.014(5)
		<i>linear</i>	0.789(5)	2.543(7)	2.384(7)	3.095(7)
		<i>nearest</i>	1.293(8)	3.432(8)	3.471(8)	3.950(8)

注：cons、housing、inv、publicはそれぞれ、消費、住宅、設備投資、公共投資を表す。*constant*、*denton*、*linchow*、*prorata*はそれぞれ、補助系列を用いないデントン法、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法を表す。ただしここでのデントン法はDenton-Cholleteと呼ばれる、デントン法の派生手法を意味する。*akima*、*cubic*、*linear*、*nearest*はそれぞれ、Akima補間、キュービックスプライン補間、線形補間、近傍補間を表す。カッコ内は予測誤差指標ごとに計8つの分割手法で予測パフォーマンスを比較した順位（値が小さい方が上位）を表す。

総合指数（RDEIの消費指数）は補助系列としての必要条件を満たしていない可能性がある。

次に、線形補間（*linear*）や近傍補間（*nearest*）の予測誤差は全体的に大きくなった。補助系列を用いない分割手法の中では、*constant*のパフォーマンスが最も良く、*akima*、*cubic*、*linear*、*nearest*と続いた。補助系列を用いる分割手法（デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法）を比較すると、デントン法（*denton*）はいずれの費目においても、またいずれの予測指標でも1-3位以内と、高いパフォーマンスを示した。チャウ・リン法（*linchow*）とプロラタ法（*prorata*）は、住宅、設備投資、公共投資では比較的良いパフォーマンスを示したが、消費においては、*linchow*で6位、*prorata*で7、8位と、いくつかの補助系列を用いない分割手法に劣る結果となった。

以下では、費目ごとの詳細をみていこう。まず、消費についてみると、MAE、MAPE、RMSE、RMLSEはそれぞれ、次のような順位になった。

**MAE**     *constant* < *denton* < *cubic* < *akima* < *linear* < *linchow* < *nearest* < *prorata*

**MAPE**    *denton* < *constant* < *cubic* < *akima* < *linear* < *linchow* < *prorata* < *nearest*

**RMSE**    *cubic* < *akima* < *denton* < *constant* < *linear* < *linchow* < *nearest* < *prorata*

**RMLSE**   *denton* < *constant* < *akima* < *cubic* < *linear* < *linchow* < *prorata* < *nearest*

MAEでは、概ね上位グループ（*constant*から*linear*まで、381-395）と下位グループ（*linchow*、*nearest*、*prorata*、539-650）に分けることができる。MAPEでは、*constant*と*denton*、*prorata*と*nearest*の順位がMAEから入れ替わっているが、それ以外はMAEの結果と同様である。RMSEについても、上位グループ（*cubic*、*akima*、*denton*、*constant*、*linear*、561-593）と下位グループ（*linchow*、*nearest*、*prorata*、756-997）と分類でき、傾向としてはMAEと変わらない。RMSLEでは、MAPEとわずかな違い（MAPEでは*cubic* < *akima*、

RMSLEでは $akima < cubic$ )があるものの、ほぼ同様の結果となっている。 $linchow$ や $prorata$ は、補助系列を必要としない $linear$ よりも予測誤差が大きくなるという結果になった。対照的に、 $denton$ 、 $constant$ は比較的良いパフォーマンスを示した。

次に、住宅についてみると、MAE、MAPE、RMSE、RMLSEで順位が全て同じとなった。

**住宅**  $prorata < linchow < denton < constant < akima < cubic < linear < nearest$

MAEで見ると、補助系列を用いるグループ(21-26)と補助系列を用いないグループ(80-117)では明確な差があり、補助系列の有効性が確認できる。補助系列を用いるグループ間で比較すると、 $prorata$ は $linchow$ 、 $denton$ とは異なり、推計を必要としない(=計算が容易であり、データ更新に伴う遡及改訂が生じない)という実務上の利点がある。 $prorata$ が他の分割手法より少ない予測誤差を示すケースが存在することは、特筆すべき点である。

また、設備投資についても、MAE、MAPE、RMSE、RMLSEで順位が全て同じとなった。

**設備投資**  $linchow < denton < prorata < constant < cubic < akima < linear < nearest$

住宅と同じように、補助系列を用いるグループ(MAE:221-235)と補助系列を用いないグループ(MAE:273-434)との間に差が存在するが、グループ間の差は民間住宅ほど大きくはない。補助系列を用いるグループで比較すると、住宅が $prorata < linchow < denton$ の順であるのに対して、設備投資では $linchow < denton < prorata$ と、順位が入れ替わっている。設備投資では、推計を必要としない $prorata$ より、推計を必要とする $linchow$ 、 $denton$ の方が予測誤

差は小さくなった（ただしその差は小さい）。*linchow* > *denton* という順位は住宅と変わらない。

最後に、公共投資（public）についても、MAE、MAPE、RMSE、RMLSEで順位が全て同じとなった。

**公共投資** *prorata* < *denton* < *linchow* < *constant* < *cubic* < *akima* < *linear* < *nearest*

公共投資についても、住宅や設備投資と同様に、補助系列を用いるグループ（MAE:57-72）と補助系列を用いないグループ（MAE:150-209）では、明確な差が存在する。補助系列を用いるグループで比較すると、*prorata* < *denton* < *linchow* の順となった。民間住宅と同様に、*prorata* の予測誤差が、*denton*、*linchow* の予測誤差より小さくなった。*denton* と *linchow* とを比較すると、*denton* < *linchow* の順となった。この傾向は住宅や設備投資とは異なり、消費と同じである。

GDP推計の際には、水準での予測が重要であるが、それと同程度かそれ以上に、成長率の予測も重視されている。そこで以下では、頑健性のチェックとして、水準ではなく前期比を用いて同様の比較を行う。この結果を表3に示した。表2と同様に、デントン法（*denton*）はいずれの費目においても、またいずれの予測指標でみても1-3位以内であり、比較的良いパフォーマンスを示した。しかしながら、消費や設備投資のRMSLEなど一部ではややパフォーマンスに劣る結果となった。前期比でみたチャウ・リン法（*linchow*）とプロラタ法（*prorata*）は、表2でみた水準での比較と比べるとパフォーマンスは良好である。しかしながら、*prorata* をRMSLEで評価すると、消費で最もパフォーマンスが悪い（133.4, 8位）一方で、住宅、設備投資、公共投資では最もパフォーマンスが良くなり、対照的な結果となった。以上から、デントン法については比較的頑健であると考えられるが、プロラタ法による分割には注意を要するということが示唆される。

表3 予測誤差の比較（前期比％）

measure	indicator	method	cons	housing	inv	public
mae	with indicator	<i>denton</i>	0.567(1)	0.811(2)	1.378(2)	1.449(2)
		<i>linchow</i>	0.649(2)	0.816(3)	1.364(1)	1.742(3)
		<i>prorata</i>	1.038(7)	0.772(1)	1.651(3)	1.368(1)
	without indicator	<i>akima</i>	0.689(4)	1.955(4)	1.905(5)	2.696(7)
		<i>constant</i>	0.712(6)	1.99(5)	1.888(4)	2.606(4)
		<i>cubic</i>	0.681(3)	2.058(7)	1.923(7)	2.691(5)
		<i>linear</i>	0.690(6)	2.045(6)	1.91(6)	2.695(6)
		<i>nearest</i>	1.181(8)	3.061(8)	3.147(8)	3.635(8)
mape	with indicator	<i>denton</i>	109(1)	67.5(3)	76.8(1)	103.1(2)
		<i>linchow</i>	146(2)	63.4(2)	78.6(2)	135.9(4)
		<i>prorata</i>	204.6(3)	59.7(1)	84.4(3)	78.6(1)
	without indicator	<i>akima</i>	259.9(7)	211.5(5)	109.8(4)	139.3(5)
		<i>constant</i>	237.6(4)	230.6(7)	113(6)	142.4(6)
		<i>cubic</i>	257.8(6)	216.1(6)	113.1(7)	144.3(7)
		<i>linear</i>	253(5)	209(4)	110.2(5)	130.6(3)
		<i>nearest</i>	490(8)	390.3(8)	214.8(8)	212.3(8)
rmse	with indicator	<i>denton</i>	0.908(1)	1.113(3)	1.707(2)	2.272(2)
		<i>linchow</i>	0.94(2)	1.065(2)	1.679(1)	2.595(3)
		<i>prorata</i>	1.641(8)	1.012(1)	2.053(3)	2.027(1)
	without indicator	<i>akima</i>	0.96(4)	2.545(4)	2.512(6)	3.646(6)
		<i>constant</i>	1.046(6)	2.586(5)	2.463(4)	3.533(4)
		<i>cubic</i>	0.957(3)	2.682(7)	2.504(5)	3.615(5)
		<i>linear</i>	0.963(5)	2.653(6)	2.533(7)	3.652(7)
		<i>nearest</i>	1.623(7)	4.211(8)	4.072(8)	4.86(8)
rmsle	with indicator	<i>denton</i>	78.4(5)	92.5(3)	104.4(5)	77.5(3)
		<i>linchow</i>	79.5(6)	69.4(2)	103.5(4)	76.2(2)
		<i>prorata</i>	133.4(8)	68.7(1)	83.1(1)	66.1(1)
	without indicator	<i>akima</i>	67.8(2)	92.6(4)	105.3(6)	124.3(6)
		<i>constant</i>	69.1(4)	124.5(8)	114.7(7)	122.7(5)
		<i>cubic</i>	66.9(1)	108.5(5)	101.9(3)	117.7(4)
		<i>linear</i>	68.3(3)	114.8(7)	99.5(2)	130.1(7)
		<i>nearest</i>	84.3(7)	111.6(6)	132.8(8)	132.2(8)

注：cons、housing、inv、publicはそれぞれ、消費、住宅、設備投資、公共投資を表す。*constant*、*denton*、*linchow*、*prorata*はそれぞれ、補助系列を用いないデントン法、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法を表す。ただしここでのデントン法はDenton-Cholleteと呼ばれる、デントン法の派生手法を意味する。*akima*、*cubic*、*linear*、*nearest*はそれぞれ、Akima補間、キュービックスプライン補間、線形補間、近傍補間を表す。カッコ内は予測誤差指標ごとに計8つの分割手法で予測パフォーマンスを比較した順位（値が小さい方が上位）を表す。

## 5 おわりに

本稿では、国民経済計算（四半期推計値）の年度合計値を用いて、岡野・稲田（2017）をベースに、支出側系列から民間最終消費支出、民間住宅、民間企業設備、公的資本形成の四半期分割を行った。分割には、地域別支出総合指数の全国値を補助系列として、デントン法やチャウ・リン法、プロラタ法を採用した。また、補助系列を必要としない時系列分析の手法を用いた補間系列も作成した。これらの四半期分割された系列に対して、MAEやRMSEといった予測誤差指標を用いて、それぞれの手法を比較検証した。

本稿の分析によって、以下の点が明らかになった。まず、住宅、設備投資、公共投資については、補助系列の有無で予測誤差にはっきりとした傾向が認められた。これらは、いずれの予測誤差指標でも、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法のパフォーマンスは8つの手法のうち上位3位以内に収まった。一方で、消費については、一部に逆転が見られた。すなわち、補助系列を用いない分割手法が、補助系列を用いる分割手法より、予測誤差で劣る結果となった。次に、デントン法、チャウ・リン法、プロラタ法を比較すると、デントン法はいずれの支出項目においても、またいずれの予測指標でも高いパフォーマンスを示した。チャウ・リン法とプロラタ法は、住宅、設備投資、公共投資では比較的良いパフォーマンスを示したが、消費においては、補助系列を用いない分割手法に部分的に劣る結果となった。以上の結果は、水準でなく前期比成長率でも概ね同様であったが、プロラタ法の結果を見ると、一部の予測誤差指標では、消費で最もパフォーマンスが悪く、住宅、設備投資、公共投資では最もパフォーマンスが良いという、対照的な結果となった。以上の分析から、デントン法については比較的頑健であるが、プロラタ法による分割には注意を要するということが示唆された。

本稿の分析の背景には、地域GDPの四半期分割のパフォーマンスを検証す

るというねらいがあり、本稿はその予備分析と位置づけることができる。しかしながら、本稿の分析を地域経済にあてはめるには、いくつかの克服すべき課題がある。1つは前述した断層問題である。具体的には、国民経済計算（確報値、年次系列）と県民経済計算（年次系列）との断層問題、国民経済計算の確報値（年次系列）と速報値（四半期系列）との間の断層問題などである。これらは統計上の誤差として観測されるものの、四半期分割の結果に本質的な影響を及ぼさないかどうかは検討の余地がある。また、地域別支出総合指数の国民経済計算に対する関係性が、県民経済計算の各地域に対しても同様に成り立つかどうかは未知である。こうした問題に対処するには、さらなる検証が必要になろう。

#### 参考文献

- [1] Akima, Hiroshi (1970) "A new method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures", *Journal of the ACM (JACM)*, Vol.17, No.4, pp.589-602.
- [2] Chow, Gregory C and An-loh Lin (1971) "Best linear unbiased interpolation, distribution, and extrapolation of time series by related series", *The review of Economics and Statistics*, pp.372-375.
- [3] Dagum, Estela Bee and Pierre A Cholette (2006) *Benchmarking, temporal distribution, and reconciliation methods for time series*, Vol.186:Springer Science & Business Media.
- [4] De Boor, Carl, Carl De Boor, Etats-Unis Mathématicien, Carl De Boor, and Carl De Boor (1978) *A practical guide to splines*, Vol.27:Springer-Verlag New York.
- [5] Denton, Frank T (1971) "Adjustment of monthly or quarterly series to annual totals:an approach based on quadratic minimization", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.66, No.333, pp.99-102.
- [6] Okano, Mitsuhiro, Daisuke Ida, Shigeto Kitano, and Yoichi Matsubayashi (2015) "Development of a Regional DSGE Model in Japan: Empirical Evidence of Economic Stagnation in the Kansai Economy", APiR Discussion Paper Series 38, Asia Pacific Institute of Research.
- [7] Sax, Christoph and Peter Steiner (2005) "Temporal Disaggregation of Time Series", *The R Journal*, Vol.52, No.2, pp.80-87.
- [8] Willmott, Cort J and Kenji Matsuura (2005) "Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model

- performance”, *Climate research*, Vol.30, No.1, pp.79-82.
- [ 9 ] 芦谷恒憲 (2009) 「県民経済計算推計の現状と課題」、『統計学』、第96号。
- [10] 井田大輔・松林洋一 (2016) 「地域DSGEモデルの応用可能性：家計の異質性を考慮して」、APIR Discussion Paper Series 41、一般財団法人アジア太平洋研究所。
- [11] 稲田義久・小川亮 (2013) 「速報性と正確性が両立する県内GDP早期推計の開発」、APIR Discussion Paper Series 33、一般財団法人アジア太平洋研究所。
- [12] 大守隆 (2002) 「GDP四半期速報の推計手法に関する統計学的一考察」、ESRI Discussion Paper Series 13、内閣府経済社会総合研究所。
- [13] 岡野光洋・稲田義久 (2017) 「地域四半期GDPの推計における課題：民間最終消費支出、民間住宅、民間企業設備、公的固定資本形成の試算と検討」、『統計学』、第113号、1-15頁。
- [14] 北川源四郎 (2003) 「時系列解析における数値的方法：計算統計学的方法」、『計算機統計学』、第15巻、第2号、159-170頁。
- [15] 国友直人・川崎能典 (2011) 「ベンチマーク問題と経済時系列－GDP速報とGDP確報を巡って」、『経済学論集』、第77巻、第1号、2-19頁。
- [16] 坂口利裕 (2013) 「時間・空間のずれを持つ詳細地域データの補間方法について」、『横浜市立大学論叢.社会科学系列』、第64巻、第2号、23-44頁。
- [17] 佐藤智秋 (2010) 「県民経済計算の推計と利活用の現状」、『日本統計研究所報』、第40号、63-75頁。
- [18] 辰巳憲一・松葉育雄 (2008) 「時系列データにおける補間方法の分析と考察」、『学習院大学経済経営研究所年報』、第22巻、35-43頁。
- [19] 山澤成康 (2014) 「被災3県の月次GDPの作成－間接被害の大きさを測る－」、mimeo。
- [20] 田邊靖夫・横本英之・今村慎一朗・成田浩之・松嶋慶祐 (2012) 「地域別支出総合指数 (RDEI) の試算について」、経済財政分析ディスカッション・ペーパー・シリーズ DP/12-3、内閣府。

## 付録A チャウ・リン法、デントン法、プロラタ法の解説

本節では、主にSax and Steiner (2005) に依拠して、チャウ・リン法、デントン法、プロラタ法の解説を行う。より詳細な議論にはChow and Lin (1971)、Denton (1971)、Sax and Steiner (2005)、国友・川崎 (2011) を参照されたい。

### A.1 チャウ・リン法

チャウ・リン法は、例えば、年次系列と四半期系列の年合計との間に生じる

誤差を、四半期にどう振り分けるべきか（歪みが小さくなるか）を考えるものである。すなわち、年次系列を、説明変数（四半期系列）によって説明される部分と、説明されない部分（確率項）の和として与える。Chow and Lin (1971)の手法はこのモデルにおける線形最良不偏推定量を導出するものである。まず、以下の回帰式を考える。

$$y = X\beta + u \quad (\text{A.1})$$

ここで  $y$  は未知の高頻度系列 ( $n \times 1$ )、 $X$  は既知かつ高頻度の補助系列 ( $n \times k$ ) である。 $n$  は高頻度系列の観測数を表し、 $k$  は補助系列の数である。 $\beta$  は ( $k \times 1$ ) の回帰係数である。 $u$  は平均0の誤差項 ( $n \times 1$ ) で、分散共分散行列を  $\Sigma$  とおく。 $y$  は未知であることから、(A.1) を直接推定することはできない。そこで、次式を考える。

$$y_l = Cy = C(X\beta + u) = CX\beta + Cu = X_l\beta + u_l \quad (\text{A.2})$$

$y_l$  は既知の低頻度系列 ( $n_l \times 1$ )、 $C$  は ( $n_l \times n$ ) の変換行列 (conversion matrix) である。 $X_l = CX$  は ( $n_l \times k$ ) となり、 $u_l = Cu$  は ( $n_l \times 1$ ) となるので、それぞれ高頻度系列から低頻度系列へと変換されている。このため、(A.2) は推定が可能である。 $u_l$  の分散共分散行列は、次式で表される。

$$\Sigma_l = E(u_l u_l') = E(Cu(Cu)') = C\Sigma C' \quad (\text{A.3})$$

ここで、低頻度系列を年値、高頻度系列を四半期と想定して、 $C$  の取り方をみよう。例えば、 $C = I_{n_l} \otimes [1, 1, 1, 1]$  とおく ( $\otimes$  はクロネッカー積を表す)。 $n_l = 2$  とすると、

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

となるので、この場合には、 $y$ の四半期合計値が $y_t$ に等しくなる。

さて、 $\hat{y} = Ay_t = A(X_t\beta + u_t)$ となる $A$ を考えよう（ $\hat{y}$ は未知の高頻度系列 $y$ の推定値である）。このとき、Chow and Lin (1971) は、 $A$ が

$$\hat{y} = Ay_t = X\hat{\beta} + (\Sigma_t \Sigma_t^{-1})\hat{u}_t \quad (\text{A.4})$$

を満たすことを示した\*8。ここで、 $\hat{\beta}$ と $\hat{u}_t$ はそれぞれ回帰式 $y_t = X_t\beta + u_t$ のGLS推定量と残差系列を表す。 $\Sigma_t$ は $u$ と $u_t$ の分散共分散行列である。 $\hat{\beta}$ と $\hat{u}_t$ は次のように書ける：

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= \hat{\beta}(\Sigma) = (X_t' \Sigma_t^{-1} X_t)^{-1} X_t' \Sigma_t^{-1} y_t \\ &= (X' C' (C \Sigma C')^{-1} C X)^{-1} X' C' (C \Sigma C')^{-1} y_t \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\Sigma_t = E(uu_t') = E(u(Cu)') = \Sigma C' \quad (\text{A.6})$$

(A.6)を用いると、(A.4)は、次のように書き換えられる。

$$\hat{y} = X\hat{\beta} + \Sigma C' (C \Sigma C')^{-1} \hat{u}_t \quad (\text{A.7})$$

(A.5) (A.6) (A.7)より、回帰式 $y_t = X\beta + u_t$ を推定することで、所与の $\Sigma$ のもとで $\hat{\beta}$ 、 $\hat{u}_t$ と $\hat{y}$ を求めることができる。後は、 $\Sigma$ つまり $u$ の分布を考えれば良い。また、

---

\*8 行列 $A$ の導出の詳細についてはChow and Lin (1971)を参照のこと。

$$\begin{aligned}
C\hat{y} &= CX\hat{\beta} + C(\Sigma_l \Sigma_l^{-1})\hat{u}_l \\
&= X_l \hat{\beta} + C\Sigma C'(C\Sigma C')^{-1}\hat{u}_l \\
&= X_l \hat{\beta} + \hat{u}_l = y_l
\end{aligned} \tag{A.8}$$

となるので、 $\hat{y}$ に $C$ をかけると、既知の低頻度系列 $y_l$ に等しくなることが確かめられる。

$\Sigma$ に関して、Chow and Lin (1971) では、誤差項 $u$ が定常なAR(1)にしたがうことを仮定した。

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t \tag{A.9}$$

ここで $\rho$ は自己回帰係数( $|\rho| < 1$ )、 $\epsilon_t$ は平均0、分散 $\sigma_\epsilon^2$ のホワイトノイズ項である。このとき、 $\Sigma$ は $\rho$ の関数として、次のように書ける。

$$\Sigma = \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \rho^2} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \cdots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \cdots & \rho^{n-2} \\ \vdots & & \ddots & \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{A.10}$$

$\sigma_\epsilon^2$ は未知であるものの、(A.8)や(A.7)においては相殺されるので、推定する必要がない。 $\rho$ については、逐次法 (iterative method) によって推定する。この推定の詳細についてはChow and Lin (1971) を参照されたい。以上がチャウ・リン法による分割方法の概要である。

後の議論のために (A.7) を一般化すると、次のように書ける。

$$\hat{y} = p + Du_l \tag{A.11}$$

ここで、 $p$  は予備系列（preliminary series）、 $D$  は分配行列（distribution matrix）である。すなわち、低頻度系列から高頻度系列への変換という問題は、予備系列の決定問題と、低頻度系列の誤差項の分配問題という2つの問題に帰着することができる。もちろん、Chow and Lin（1973）のケースでは、 $p = X\hat{\beta}$ 、 $D = \Sigma C'(C\Sigma C')^{-1}$ である。

## A.2 デントン法

内閣府社会経済研究所では、（比例）デントン法について次のように解説している\*9：

求めるべき四半期値の合計が暦年の値になるように制約をかけて、四半期補助系列と求めるべき四半期系列の差を隣接する期（1期前の比）まで考慮して誤差を最小にするように最適化問題を解いて求める

以下ではこのことを確認しよう。デントン法では、(A.11) に対して  $p = X$ 、 $D = \Sigma C'(C\Sigma C')^{-1}$  とおく。 $X$  は  $(n \times 1)$  のベクトルであり、補助系列を1つ用いる。また  $X$  を各要素が1の定数項ベクトルとおけば、補助系列を用いずに  $\hat{y}$  を推定することができる。 $D$  はチャウ・リン法と共通である。デントン法は、補助系列の  $h$  回階差の最小絶対（または相対）二乗誤差を求める方法である。また、誤差を絶対差ではなく相対比で求める場合、比例デントン法と呼ばれる。 $h = 1$  のとき、デントン法では、 $\Sigma$  は次のように書ける：

$$\Sigma = (\Delta' \Delta)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 2 \\ \vdots & & \ddots & \\ 1 & 2 & \cdots & n \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

\*9 <http://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/seibi/kaigi/shiryou/pdf/kijyun/041019/shiryou3.pdf>

ただし  $\Delta$  は主対角成分が 1 で第 1 副対角成分が  $-1$  の階差行列である。  $n = 4$  とおくと、

$$\Sigma = (\Delta' \Delta)^{-1} = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

となる。  $h = 2$  のときは  $\Sigma = (\Delta'(\Delta' \Delta)\Delta)^{-1}$  のように、左から  $\Delta'$  をかけ、右から  $\Delta$  をかける。  $h = 3$  以上のときも同様である。  $h = 0$  のときは、  $\Sigma = I$  すなわち  $n$  次の単位行列に等しくなる。なお本稿で実際に用いるのは、デントン法を修正した Denton-Chollete 法である。Denton-Chollete 法では、  $D$  は  $\Sigma C'(C \Sigma C')^{-1}$  とは異なる値をとる。この詳細については Dagum and Cholette (2006) を参照のこと。

### A.3 プロラタ法

プロラタ法では、(A.11) に対して、より強い仮定をおき、以下のようにする。

$$p = (\Lambda \otimes I_m)X, \quad Du_t = 0 \quad (\text{A.13})$$

ただし  $\Lambda$  は対角成分が  $\lambda_i$  for  $i = 1, 2, \dots, n_t$  の対角行列であり  $I_m$  は次の単位行列である ( $m = n/n_t$ )<sup>\*10</sup>。プロラタ法では、  $X$  は  $(n \times 1)$  のベクトルをとる。高頻度を年次系列、低頻度を四半期系列として、  $n_t = 2$ 、  $n = 8$  とおくと (A.13) は、次のように書ける：

---

\*10 例えば、低頻度系列を年次とし、高頻度系列を四半期とおくと、  $n = 4n_t$  なので  $m = 4$  となる。

$$\begin{aligned} \hat{y} = p &= \left( \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_8 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 x_1 \\ \lambda_1 x_2 \\ \lambda_1 x_3 \\ \lambda_1 x_4 \\ \lambda_2 x_5 \\ \lambda_2 x_6 \\ \lambda_2 x_7 \\ \lambda_2 x_8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

すなわち、四半期の補助系列の各年を通して、同じ $\lambda_i$ 倍して $\hat{y}_i$ を求めることになる。 $\lambda_i$ は次のようにして求める（ $m = 4$ のとき）。

$$y_t = (\Lambda \otimes [1, 1, 1, 1])X \quad (\text{A.14})$$

先と同様に、 $n_t = 2$ 、 $n = 8$ とおくと、

$$\begin{aligned} y_t &= \left( \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \otimes [1, 1, 1, 1] \right) X \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_1 & \lambda_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & \lambda_2 & \lambda_2 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \sum_{i=1}^4 x_i \\ \lambda_2 \sum_{i=5}^8 x_i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

となる。すなわち、四半期の補助系列の年合計値の定数倍が $y_t$ の各年の値に等しくなるように $\lambda_i$ をとる。

プロラタ法では、毎年水準比を計算しなおして四半期水準を年度水準

に修正している。このことから、プロラタ法は比例配分法あるいは定率修正法とも呼ばれる。上式からも分かるように、比例配分法では年ごとに水準がジャンプしてしまうという課題がある。

## Quarterly Disaggregation of Annual GDP: A Comparative Study

Mitsuhiro Okano

### ABSTRACT

This paper compares some methods of temporal disaggregation of annual GDP to quarterly series. The methods consist of Denton, Chow-Lin, Pro-Rata method, and others which are not using any indicators. Using some common metrics to measure accuracy, we show that the methods with indicators generally had better performances than those without indicators, with the exception of consumption. Also, we show that Denton method brings better and robust results, in contrast to the unstable results by Pro-Rata method.

Keywords : GDP, Regional Domestic Expenditure Index,  
temporal disaggregation

JEL Classification Numbers : C53; E27.